

Modelo de Casación de Ofertas para el Mercado Diario mediante Programación Lineal Entera-Mixta

Javier García González⁽¹⁾, Jaime Román Úbeda⁽²⁾, Julián Barquín Gil⁽¹⁾,
Avelino González Castrillón⁽²⁾

⁽¹⁾Universidad Pontificia Comillas
Alberto Aguilera, 23
28015 Madrid, España

⁽²⁾Grupo Endesa
Príncipe de Vergara, 187
28002, Madrid, España

Resumen

El 1 de enero de 1998 empezó a funcionar en España el mercado diario de energía donde se llevan a cabo las transacciones de compra y venta de energía eléctrica para cada una de las 24 horas del día siguiente. Los agentes del mercado presentan sus ofertas al Operador del Mercado (OM), quien realiza la casación para obtener la programación horaria de los generadores así como el precio marginal del sistema para cada hora. La casación de las ofertas se realiza mediante un algoritmo basado en ofertas simples pero con un conjunto de condiciones adicionales que permiten el tratamiento de restricciones técnicas como las rampas y los mínimos técnicos. En este artículo se presenta un modelo de casación de ofertas que plantea la casación como un problema de optimización resoluble mediante programación lineal entera-mixta. Se expone un análisis comparativo de los resultados obtenidos con este modelo de casación y los obtenidos mediante el algoritmo que actualmente utiliza el OM.

Palabras clave: Algoritmo de casación, Mercado Diario, ofertas de energía eléctrica.

1. Introducción

La industria eléctrica española ha experimentado una profunda transformación desde que fue aprobada la Ley 54/1997 de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico [1]. La pieza central del nuevo esquema regulador adoptado es el mercado de producción de energía eléctrica, organizado y regulado por el Real Decreto 2019/1997 de 26 de diciembre [2], que empezó a funcionar el 1 de enero de 1998. Desde entonces, las distintas empresas generadoras han tenido que presentar diariamente sus ofertas y la explotación de los recursos de generación ha sido el resultado de la interacción en el mercado de las ofertas de cada empresa con las del resto de agentes.

El mercado de producción de energía eléctrica está estructurado en tres partes [3]. La primera es el mercado diario de energía, en el que se llevan a cabo las transacciones de compra y venta de energía eléctrica para el día siguiente. La segunda es el mercado de servicios complementarios y la tercera es el mercado intradiario, cuyo objeto es atender los desvíos que se puedan producir entre la generación y la demanda. La característica común de estos mercados es que están basados en un sistema de ofertas en el que los agentes presentan las ofertas de venta y de compra a un operador central que tras

realizar la casación, obtiene el precio y asigna los niveles de producción a cada uno de ellos.

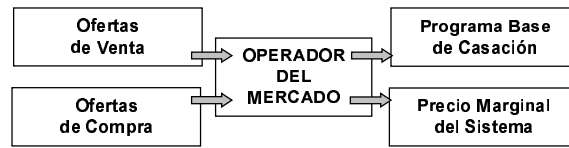


Figura 1. Esquema del funcionamiento del mercado diario.

En este artículo se muestra cómo es posible realizar la casación de las ofertas del Mercado Diario mediante técnicas de optimización. En la primera parte se hace un breve resumen del procedimiento de la casación y del formato de las ofertas del Mercado Diario. En la segunda parte se expone cómo el algoritmo de la casación puede formularse como problema de programación lineal entera-mixta. En la tercera parte se comparan los resultados obtenidos con el modelo descrito y con el algoritmo de casación utilizado por el OM. Finalmente se exponen las conclusiones de este trabajo.

2. El algoritmo de casación de ofertas del Operador del Mercado

2.1. Formato de las ofertas

Las ofertas que recibe el OM pueden ser tanto de venta como de compra de energía eléctrica [4]. Las empresas pueden presentar hasta 25 tramos *cantidad-precio* en cada hora por cada unidad de generación. Si no se añaden condiciones adicionales, se trata de una oferta simple. En caso contrario se trata de una oferta compleja. Las condiciones adicionales que se contemplan son:

- Condición de indivisibilidad: Otorga el derecho a que uno de los tramos de energía ofertados tenga carácter de indivisibilidad, es decir, si este tramo de energía resultase admitido dentro del proceso de casación, tendría que ser aceptado por toda la energía eléctrica ofertada y nunca por una fracción de la misma.
- Condición de ingresos mínimos: Permite a la empresa asegurar unos ingresos mínimos para sus unidades generadoras que resulten despachadas. La condición de ingresos mínimos se expresa como una cantidad fija y otra variable.
- Condición de parada programada: Permite que las unidades cuyas ofertas no resulten casadas por incumplir la condición de ingresos mínimos, puedan realizar una parada, siendo consideradas como ofertas simples durante los tres primeros periodos horarios de programación.
- Condición de gradiente de carga: Para cada unidad de producción se puede establecer un incremento máximo de la producción al alza o a la baja entre dos periodos horarios consecutivos. También pueden incluirse la condición de variación de carga correspondiente al arranque y parada del grupo.

2.2. Procedimiento de la casación del Mercado Diario

El procedimiento de casación de ofertas del Mercado Diario [4] consiste en una subasta cerrada (no se pueden modificar las ofertas una vez que han sido enviadas) basada en

ofertas simples pero con un conjunto de condiciones adicionales que permiten considerar en la casación restricciones como las rampas, los mínimos técnicos y la condición de ingresos mínimos. La casación de ofertas simples consiste en construir, para cada hora, las curvas agregadas de compra y de venta. Después se establece el precio marginal como el precio correspondiente a la intersección de ambas curvas. Las ofertas de venta aceptadas en su totalidad serán aquellas que tengan un precio inferior al precio marginal. Por otra parte, las ofertas de compra aceptadas en su totalidad serán las que tengan un precio superior al precio marginal. Las ofertas de venta y de compra con precio igual al precio marginal pueden resultar casadas a cualquier valor menor o igual a la cantidad máxima ofertada. El algoritmo de casación del OM incorpora unas reglas de reparto para el caso en el que exista empate en el precio de distintas ofertas. También son necesarias reglas para determinar el precio marginal cuando la intersección de la curva agregada de venta y de compra ocurre a lo largo de una recta.

Cuando las ofertas presentadas son complejas, el procedimiento utilizado por el OM parte de una primera solución válida que iterativamente es mejorada. En cada iteración se ejecuta una casación simple condicionada que incorpora todas las condiciones excepto la de ingresos mínimos. El algoritmo de búsqueda en el que se van explorando las combinaciones de ofertas complejas que mejoran la solución encontrada hasta el momento es explicado con detalle en la referencia [4]. En la referencia [5] se propone una alternativa para realizar esta búsqueda basada en el algoritmo A*.

3. Planteamiento de la casación como problema de optimización

En este apartado se expone la formulación del problema de la casación como problema de optimización. En primer lugar se muestra cómo la casación simple puede expresarse como problema de programación lineal (LP)[6]. Después se muestra que las condiciones adicionales que incorpora el algoritmo del OM pueden también ser formuladas mediante un problema de programación lineal entera-mixta sobre el que se itera hasta cumplir la condición de ingresos mínimos.

3.1. La casación de ofertas simples como problema LP

Dado que en el procedimiento de casación de ofertas simples no existen acoplamientos temporales, bastará con exponer el procedimiento de la casación para un periodo horario.

El OM recibe un conjunto I de ofertas (parejas *cantidad-precio*) de compra y de venta. Sea V el subconjunto de las ofertas de venta y C el de las ofertas de compra. Para formar la curva agregada de venta, el OM ordena las parejas *cantidad-precio* desde las más baratas a las más caras. Para la curva de compra, el orden es el inverso.

A continuación se expone un ejemplo sencillo para ilustrar este procedimiento. En la Tabla 1 se muestran las ofertas de venta y de compra presentadas y en la Figura 2 las curvas agregadas de venta y de compra construidas a partir de los datos de la tabla. El precio marginal del sistema resultante es de 2 y la cantidad total comercializada es 7 unidades. En la gráfica se ha indicado el *excedente de los consumidores* correspondiente al área de color gris más oscuro y el *excedente de los generadores*, color gris claro. El procedimiento de casación simple tiene como objetivo la maximización de la suma de ambos excedentes, es decir, la maximización *beneficio social neto* (BSN).

Venta		Compra	
q	p	q	p
2	0	3	5
2	1	2	3
1	1.5	2	2.5
3	2	1	1.5
2	3.5	2	1
1	4	-	-

Tabla 1. Ofertas de venta y compra.

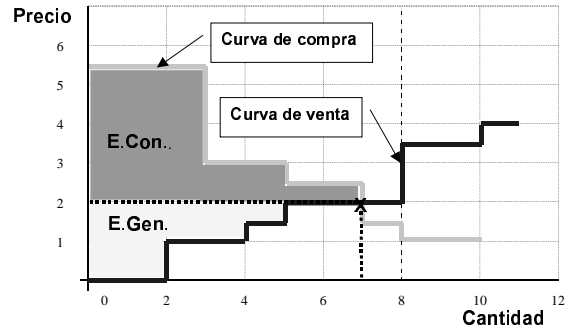


Figura 1. Curvas de venta y de compra.

Esta maximización del BNS puede formularse como el problema de programación lineal siguiente. Sea g_i la cantidad casada de la oferta i a la que le corresponde una cantidad máxima q_i y un precio p_i :

$$\underset{g_i}{\text{Maximizar}} \quad \sum_{i \in C} p_i \cdot g_i - \sum_{i \in V} p_i \cdot g_i \quad (1)$$

s. a.

$$\sum_{i \in V} g_i - \sum_{i \in C} g_i = 0 \quad (2)$$

$$0 \leq g_i \leq q_i \quad (3)$$

En el óptimo, el primer sumatorio de la función objetivo (1) expresa el área por debajo de la curva de compra desde el eje de ordenadas hasta el valor de abcisas correspondiente al punto de la intersección. El segundo sumatorio corresponde al área por debajo de la curva de venta. Por lo tanto la diferencia de ambos términos es el área comprendida entre ambas curvas, es decir, el BNS.

Sin embargo es necesario comprobar que dichas áreas corresponden a unas curvas agregadas bien construidas, es decir, monótonamente creciente la de compra y monótonamente decreciente la de venta. Esto se garantiza ya que las ofertas de venta son aceptadas en orden creciente de precios, puesto que se está minimizando (maximizando el valor negativo) el producto de la cantidad casada por el precio de la oferta. Por lo tanto, ofertas con precios bajos serán aceptadas "antes" que ofertas con precios altos. Por otro lado, las ofertas de compra son aceptadas en orden decreciente de precios por estar maximizado el producto de las cantidades casadas por los precios ofertados.

A partir del punto de intersección no se aceptan más ofertas ya que al ser negativa la diferencia entre ambas curvas, se estaría disminuyendo el BNS. La restricción (2) establece la igualdad entre toda la cantidad vendida y toda la cantidad comprada. La restricción (3) impone las cotas de las cantidades casadas.

3.2. Incorporación de las condiciones del algoritmo del OM

A continuación se muestra la formulación del problema de optimización que incorpora la condición de indivisibilidad (mediante variables binarias) y la condición de gradiente de carga (rampas de bajada y de subida). La condición de parada programada se

introduce cuando el grupo no haya resultado despachado por incumplir la condición de ingresos mínimos. En ese caso se permite que en las tres primeras horas su oferta no sea retirada.

La condición de ingresos mínimos no puede imponerse como una restricción lineal ya que el ingreso se obtiene multiplicando el precio marginal por la producción en cada hora. Dicha no linealidad se puede solventar mediante el uso de variables binarias pero aumentaría mucho el tamaño del problema. Por ello se ha optado por utilizar un algoritmo de rango superior que itere sobre el problema de optimización: se resuelve el problema de optimización y después de obtener el precio marginal de cada hora, se calculan los ingresos que obtendría cada unidad. Si todas las unidades obtienen unos ingresos mayores o iguales que los mínimos declarados, el proceso de casación se finaliza. En caso contrario se retira el grupo que más se aleja de satisfacer la condición de ingresos mínimos y se repite el proceso. En cada iteración el precio marginal es creciente ya que se retiran grupos que habrían sido despachados por sus precios ofertados pero que no lo son por no recibir suficientes ingresos.

La nomenclatura utilizada es la siguiente:

Índices:

H	Índice de las horas. $\{h_1, \dots, h_{24}\}$.
U	Índice de las unidades de oferta. $\{u_1, \dots, u_N\}$.
B	Índice de los bloques. $\{b_1, \dots, b_{25}\}$.

Variables:

$g_{u,h}$	Potencia producida por la unidad de oferta u en la hora h . [MW].
$gb_{u,h,b}$	Potencia producida por la unidad de oferta u en la hora h del bloque b . [MW].
$v_{u,h}$	Decisión de producir el bloque no divisible de la unidad de oferta u en la hora h . $\{1,0\}$.

Parámetros:

c_u	Clase de la oferta (venta o adquisición) de la unidad de oferta u . $\{1,-1\}$.
rb_u	Rampa de bajada de la unidad de oferta u . [MW/h].
rs_u	Rampa de bajada de la unidad de oferta u . [MW/h].
$q_{u,h,b}$	Cantidad ofertada por la unidad de oferta u en la hora h del bloque b . [MW].
$p_{u,h,b}$	Precio ofertado por la unidad de oferta u en la hora h del bloque b . [pta/KW].
$r_{u,h,b}$	Indicativo de que la unidad de oferta u en la hora h del bloque b es retirable. $\{1,0\}$.
$d_{u,h,b}$	Indicativo de que la unidad de oferta u en la hora h del bloque b es divisible. $\{1,0\}$.

El problema se puede formular como:

$$\underset{g_{u,h}}{\text{Minimizar}} \quad \sum_{u \in U} \sum_{h \in H} \sum_{b \in B} p_{u,h,b} \cdot c_u \cdot gb_{u,h,b} \quad (4)$$

s.a.

$$\sum_{u \in U} \sum_{b \in B} c_u \cdot gb_{u,h,b} = 0 \quad \forall h \in H \quad (5)$$

$$gb_{u,h,b} \leq q_{u,h,b} \quad \forall u \in U, \forall h \in H, \forall b \in B \quad (6)$$

$$gb_{u,h,b} \geq 0 \quad \forall u \in U, \forall h \in H, \forall b \in B \quad (7)$$

$$gb_{u,h,b} = q_{u,h,b} \cdot v_{u,h,b} \quad \forall u \in U, \forall h \in H, \forall b \in B \text{ t.q. } d_{u,h,b} = 0 \quad (8)$$

$$g_{u,h} = \sum_{b \in B} gb_{u,h,b} \quad \forall u \in U, \forall h \in H \quad (9)$$

$$g_{u,h} - g_{u,h-1} \leq rs_u \quad \forall u \in U, \forall h \in H - \{h_1\} \quad (10)$$

$$g_{u,h-1} - g_{u,h} \leq rb_u \quad \forall u \in U, \forall h \in H - \{h_1\} \quad (11)$$

Al minimizar la función objetivo (4) se expresa el orden de aceptación de las ofertas: las ofertas de venta ordenadas de menor a mayor precio y las de adquisición de mayor a menor. Mediante (5) se impone la igualdad entre la potencia vendida y la adquirida. Las restricciones (6,7) imponen las cotas a las cantidades producidas y (8) impone la condición de indivisibilidad. El conjunto de restricciones (9) establecen que la potencia producida por una unidad de producción en una hora es la suma de las cantidades aceptadas de cada bloque para esa hora. Finalmente las restricciones (10,11) expresan la limitación de gradiente de carga de subida y de bajada.

El precio marginal se calcula después de resolver el problema anterior como la oferta de venta aceptada más cara.

4. Comparación de resultados con el algoritmo del OM

A continuación se comparan los precios de la casación realizada con el algoritmo del OM y con el modelo propuesto. Se han elegido dos días, un festivo (domingo 27-9-98) y un laborable (miércoles 7-10-98). Los datos con los que se ha realizado la casación de ambos días son las ofertas reales que las empresas enviaron al OM. El modelo de casación propuesto ha sido programado en GAMS [7] y se ha ejecutado en un pentium II, 233 MHz. Los tiempos de ejecución fueron de 5' 50s para el caso del día 27-9-98 y de 4' 00s para el día 7-10-98.

En la Tabla 2 se muestran los precios medios obtenidos mediante el modelo de optimización y mediante el algoritmo del OM, para los dos días. En ambos casos se observa que el precio es ligeramente menor para el modelo de optimización. En las Figuras 3 y 4 se muestra el perfil horario de los precios obtenidos así como la demanda del sistema. Se observa que los precios obtenidos por ambos métodos son muy similares en ambos casos. Las pequeñas diferencias ocurren fundamentalmente en las horas donde

la demanda varía de forma más brusca. Esto puede justificarse porque el tratamiento de las rampas en el modelo de optimización contempla simultáneamente todo el horizonte temporal. En cambio, en el algoritmo del OM las rampas se tienen en cuenta haciendo únicamente dos barridos de las horas del día (hacia delante y hacia atrás), por lo que al ser un tratamiento heurístico puede alejarse de la solución óptima.

Precio medio	Mod. Opt.	Alg. OM
día 27-9-98	4.044	4.084
día 7-10-98	5.060	5.068

Tabla 2. Precios medios [pta/kWh] obtenidos con cada método para cada día.

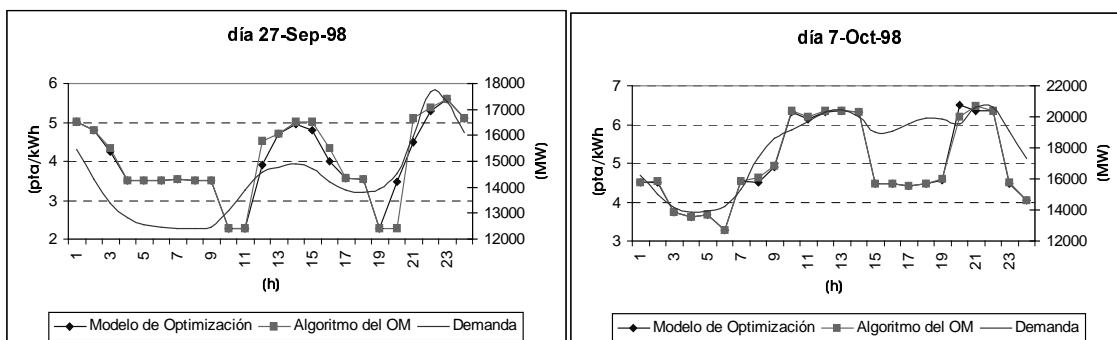


Figura 2. Comparación en día laborable.

Figura 3. Comparación en día festivo.

5. Conclusiones

En este artículo se ha presentado un modelo de casación de ofertas para el mercado diario basado en técnicas de optimización mediante programación lineal entera mixta. Se ha realizado una comparación de los resultados obtenidos con el modelo propuesto y con el algoritmo utilizado por el OM. Las conclusiones principales son:

- El modelo propuesto es adecuado para un tamaño del problema como el del sistema español.
- Los precios resultantes de la casación coinciden con los obtenidos con el algoritmo del OM. Sin embargo en las horas de transición entre punta y valle los precios obtenidos con el modelo de optimización son ligeramente inferiores.
- El modelo propuesto puede ser mejorado para contemplar que ocurra un empate en los precios de oferta de distintas unidades ya que en ese caso se trataría de un problema con una solución degenerada. Sería necesario completar la ejecución mediante un algoritmo heurístico que detectase dicha degeneración en la solución y aplicase las reglas de reparto utilizadas por el OM.
- El modelo propuesto obtiene una solución mejor que el empleado por el algoritmo del OM ya que se contemplan globalmente todas las restricciones temporales de variación de gradiente de carga, así como las de indivisibilidad de ofertas.
- El modelo puede ser mejorado haciendo un barrido más extenso al iterar para verificar la condición de ingresos mínimos.

6. Referencias

- [1] *Ley 54/1997, de 27 de noviembre, del Sector Eléctrico*, BOE núm.285, Viernes 28 noviembre 1997.
- [2] *Real Decreto 2019/1997, de 26 de diciembre*, BOE núm.310, sábado 27 diciembre 1997.
- [3] A.Canoyra, C. Illán, A. Landa, J.M. Moreno, J.I. Pérez-Arriaga, C. Sallé, C. Solé, *The hierarchical market approach to the economic and secure operation of the Spanish power system*, Bulk Power System Dynamics and Control IV-Restructuring, August, 24-28, Santorini, Greece.
- [4] *Reglas de funcionamiento del mercado de producción de energía eléctrica*. http://www.omel.com/pdfs/reglas_mercado.pdf. Febrero, 1999.
- [5] J.Alonso, A.Trías, V.Gaitán, J.J.Alba, *Thermal plant bids and market clearing in an electricity pool. Minimization of costs vs. minimization of consumer payments*. Submitted to the IEEE Power Engineering Society. IEEE 98 SM 342
- [6] G. Fahd, D. Richards, G. B. Sheble, *The Implementation of an Energy Brokerage System using Linear Programming*, IEEE Transactions on Power Systems, T-PWRS Vol. 7, No. 1, February 1992.
- [7] A. Brooke, D. Kendrick, A. Meeraus. *GAMS: A User's Guide, Release 2.25*